Esercizi e domande di riepilogo

1. Cosa s'intende per non rivalità nel consumo? E per non escludibilità?

Soluzione. La non rivalità nel consumo è quella proprietà di cui godono quei beni il cui consumo da parte di un determinato individuo non riduce la quantità a disposizione per tutti gli altri individui. La non escludibilità è quella proprietà di cui godono quei beni per i quali, una volta prodotti, non è possibile – oppure lo è a costi elevati – escludere gli individui dal loro consumo.

2. Illustrare la condizione di Samuelson per un'efficiente allocazione dei beni pubblici puri.

Soluzione. In un'economia con n individui, la condizione per un'efficiente allocazione di un bene pubblico puro prevede che la somma delle disponibilità marginali a pagare degli n individui coincida con il costo marginale di produzione del bene pubblico in questione.

3. Per l'individuo a e per l'individuo b le preferenze per il bene pubblico G sono descritte dalle seguenti schede di domanda:

Individuo a	Quantità	0	1	2	3	4
	Prezzo	4	3	2	1	0

Individuo b	Quantità	0	1	2	3	4
	Prezzo	6	4,5	3	2,5	0

Sapendo che il costo marginale di produzione di G è pari a 5 determinare la fornitura ottima e la conseguente disponibilità marginale a pagare dei due soggetti (Risposta: $G^* = 2$; $p_{G^*,a} = 2$; $p_{G^*,a} = 3$).

Soluzione. Dalle schede di domanda dei due individui si evince facilmente che quando la fornitura del bene pubblico G è pari a 2 unità la somma delle disponibilità marginali a pagare, ovvero, la domma dei prezzi di domanda del consumatore a e del consumatore b, copre esattamente il costo marginale di produzione di G. Pertanto, $G^* = 2$ è la fornitura efficiente di bene pubblico, mentre $p_{G^*,a} = 2$ e $p_{G^*,a} = 3$ sono le conseguenti disponibilità marginali a pagare dei due consumatori.

4. Relativamente al bene pubblico G, il consumatore a e il consumatore b sono dotati delle seguenti funzioni di domanda:

$$g_a = 10 - p_G$$

$$g_b = 8 - 2p_G$$

dove g_a e g_b sono, rispettivamente, la quantità domandata dall'individuo a e la quantità domandata dal consumatore b mentre p_G è il prezzo del bene G.

Dopo aver determinato la disponibilità marginale a pagare complessiva dei due consumatori, determinare la fornitura ottima del bene pubblico G nell'ipotesi che il suo costo marginale di produzione sia pari a 8. Mantenendo gli stessi dati, come cambierebbero le cose se G fosse un bene privato? (Risposta: per $0 < G < 8$, la disponibilità marginale a pagare a pagare dei due consumatori è $\left(p_{G,a} + p_{G,b}\right) = 14 - \frac{3}{2}G$, mentre per $8 \leq G < 10$ è $\left(p_{G,a} + p_{G,b}\right) = p_{G,a} = 10 - G$. La fornitura ottima di bene pubblico è $G^* = 4$. Se G fosse un bene privato sarebbe acquistato solo dal consumatore a il quale ne comprerebbe 2 unità).

Soluzione. Invertendo le due funzioni di domanda si ottiene, rispettivamente, $p_{G,a} = 10 - G$ e $p_{G,b} = 4 - \frac{1}{2}G$. Sommando queste due funzioni si ottiene la disponibilità marginale a pagare dei due consumatori, ovvero, $(p_{G,a} + p_{G,b}) = 14 - \frac{3}{2}G$. Ovviamente questa disponibilità a pagare vale solo nell'intervallo delle quantità $0 < G < 8$, infatti, il consumatore b non è interessato a quantità di G superiori a 8. Pertanto, per $8 \leq G < 10$ la disponibilità marginale a pagare complessiva coincide con quella del consumatore a e quindi $(p_{G,a} + p_{G,b}) = p_{G,a} = 10 - G$. Successivamente, imponendo $14 - \frac{3}{2}G = 8$ si ottiene la fornitura ottima del bene pubblico, ovvero, $G^* = 4$. Infine, se G fosse un bene privato fissando $p_{G,a} = 8$ è possibile trovare la quantità privatamente acquista dal consumatore a. Visto che il prezzo di riserva del consumatore b è superiore al costo marginale di G, ovvero, 4 > 8, l'individuo in questione si asterrà dal consumo del bene su base privata.

5. Lungo un certo viale, abitano 6 famiglie. A tutte queste famiglie piace l'ombra dei platani e ciascuna di esse è disposta a pagare 50€ per ogni platano aggiuntivo a prescindere dal numero di alberi preesistenti. Il costo totale derivante dall'acquisto e dalla posa dei platani è descritto dalla seguente funzione:

$$CT(G) = G^3$$

dove G indica il numero di platani acquistati e piantati.

Calcolare il numero Pareto-ottimale di alberi da disporre sul viale (Risposta: $G^* = 10$).

Soluzione. La disponibilità marginale a pagare delle 6 famiglie ammonta a 6×50€=300€. La funzione di costo totale implica che il costo marginale di acquisto e posa dei platani sia uguale a $3G^2$. Imponendo, $3G^2 = 300$ si trova che $G^* = 10$.

6. Un determinato Comune ha 100 abitanti dotati delle medesime preferenze. Ciascuno di essi trae utilità dal consumo di un bene privato (x) e di un bene pubblico (G). La funzione di utilità dell'abitante rappresentativo è data da

$$U_i(x_i, G) = x_i + G^2 \qquad i = 1,\ldots,100$$

Sapendo che il prezzo unitario del bene pubblico ammonta a 1.000€ e che quello del bene privato è pari ad 1€, determinare il livello Pareto-efficiente di G a livello comunale (Risposta: $G^* = 5$).

Soluzione. Dalla funzione di utilità dell'abitante rappresentativo si evince che l'utilità marginale di G è pari $2G$, mentre l'utilità marginale di x è pari a 1. Di conseguenza, il saggio marginale di sostituzione tra G e x è pari a $2G$ per ogni abitante. Essendo gli individui tutti uguali, la somma dei saggi marginali di sostituzione è pertanto pari a $100 \times 2G = 200G$. Visto per il prezzo del bene privato è normalizzato a 1€, il prezzo di G coincide il con il saggio marginale di trasformazione tra il bene pubblico e x. Imponendo $200G = 1.000$ si trova il livello Pareto-efficiente di G, ovvero, $G^* = 5$.

7. In un contesto alla Lindahl, l'individuo a dispone del reddito ω_a mentre l'individuo b dispone di ω_b. Le rispettive funzioni di domanda per il bene pubblico G sono date da

$$\mathcal{D}_a = \frac{\omega_a}{\tau_a p_G}$$

$$\mathcal{D}_b = \frac{\omega_b}{\tau_b p_G}$$

dove τ_a e τ_b sono le quote di contribuzione individuali, mentre p_G è il prezzo unitario di G.

Ricordando che in equilibrio $\tau_a = 1 - \tau_b$ e assumendo che $\omega_a = 6$, $\omega_b = 4$ e $p_G = 1$, determinare: (*i*) la quota di contribuzione a carico di a; (*ii*) la quota di contribuzione a carico di b; (*iii*) la fornitura ottima di G (Risposta: $\tau_a^* = \frac{3}{5}$; $\tau_b^* = \frac{2}{5}$; $G^* = 10$).

Soluzione. Utilizzando tutti i dati a disposizione, è agevole ricavare che $\mathcal{D}_a$ = $6/\tau_a$ e $\mathcal{D}_b$ = $4/(1-\tau_a)$. Imponendo la condizione $\mathcal{D}_a$ = $\mathcal{D}_b$ si ricava poi che $\tau_a^* = \frac{3}{5}$ e che $\tau_b^* = \frac{2}{5}$. Infine, sostituendo le quote di contribuzione efficienti in $\mathcal{D}_a$ oppure in $\mathcal{D}_b$ è possibile ricavare che la fornitura efficiente di G ammonta a 10 unità, ovvero, $G^* = 10$.

8. Secondo la congettura Wicksell-Samuelson, in un ambiente concorrenziale avremo una sovra-fornitura oppure una sotto-fornitura di beni pubblici?

Soluzione. La congettura Wicksell-Samuelson afferma che per il singolo individuo il benessere derivante dal consumo di un bene pubblico dipende in larga misura dalla contribuzione altrui e che quindi esistono evidenti incentivi privati a non rivelare le reali preferenze riguardo ai beni di consumo collettivo. In una situazione del genere, è verosimile che ci sia una sistematica sotto-fornitura di beni pubblici rispetto all'ottimo paretiano in quanto la maggior parte dei soggetti tenderà ad evitare la contribuzione.

9. L'individuo a e l'individuo b sono chiamati a scegliere la fornitura del bene pubblico G in un contesto privatistico concorrenziale. Ciascun individuo prende la fornitura dell'altro come data. Le rispettive funzioni di reazioni sono le seguenti:

$$g_a = 9 - \frac{1}{2} g_b$$

$$g_b = 9 - \frac{1}{2} g_a$$

dove g_a e g_b sono, rispettivamente, la fornitura di bene pubblico da parte di a e b.

Qual è la fornitura di G che prevale in un equilibrio di Cournot-Nash? Cosa possiamo dedurre da questa allocazione e dalla forma delle funzioni di reazione? (Risposte: $g_a^* = g_b^* = 6$; Visto che le due funzioni di reazioni sono identiche, entrambi gli individui domandano la stessa quantità di bene pubblico. Questo significa che le preferenze di a e b per G nonché i loro redditi individuali sono tra loro uguali).

Soluzione. Dalla funzione di reazione del soggetto a è agevole ricavare che $g_b = 18 - 2g_a$. Sostituendo nella funzione di reazione del soggetto b si trova che $g_a^* = g_b^* = 6$.

10. In cosa consiste la "tragedia" dei beni comuni?

Soluzione. Secondo Hardin (1968), la tragedia dei beni comuni si concretizza nella tensione tra interessi privati e interessi comuni che emerge nell'utilizzo di una determinata risorsa collettiva.

11. Relativamente al finanziamento dei beni pubblici, cosa dice l'evidenza sperimentale?

Soluzione. Esperimenti effettuati da un certo numero di ricercatori hanno ridimensionato la valenza della congettura Wicksell-Samuelson mettendo in evidenza che le problematiche teoriche di sotto-fornitura e rilevazione distorta delle preferenze riguardo ai beni pubblici non appaiono così frequenti nella pratica.